中2数学　合同証明　＜テスト対策問題＞解答

練習1

[解答]

△ABC と△DCB で，

仮定より，

　AB＝DC ・・・①

　AC＝DB ・・・②

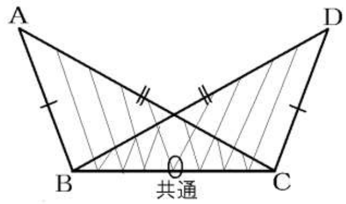
BC は共通 ・・・③

①，②，③から，3 組の辺が，それぞれ等しいので，

　△ABC≡△DCB

合同な図形では，対応する角の大きさは等しいので，

　∠BAC＝∠CDB



練習2

[解答]

△ABE と△ACD で，

仮定より，

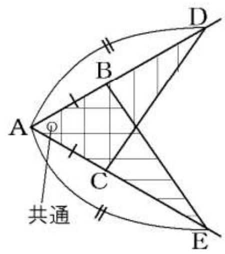
　AB＝AC ・・・①

　AE＝AD ・・・②

∠A は共通 ・・・③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

　△ABE≡△ACD



練習3

[解答]

△AOC と△BOD で，

仮定より，

　OA＝OB ・・・①

　OC＝OD ・・・②

対頂角は等しいので，

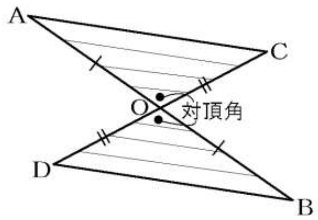
　∠AOC＝∠BOD ・・・③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

　△AOC≡△BOD

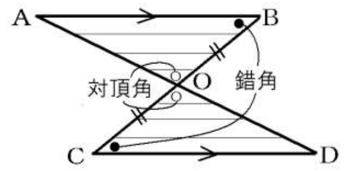
合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

　AC＝BD



練習 4

[解答]



△ABO と△DCO で,

仮定より,

OB＝OC …①

仮定より AB // CD で，平行線の錯角は等しいので,

∠ABO＝∠DCO …②

対頂角は等しいので,

∠AOB＝∠DOC …③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

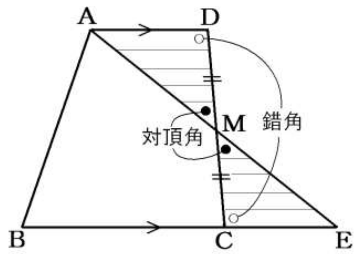
△ABO≡△DCO

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

OA＝OD

練習 5

[解答]



△ADM と△ECM で,

仮定より M は CD の中点なので,

DM＝CM …①

対頂角は等しいので,

∠AMD＝∠EMC …②

仮定より AD // BC で, 平行線の錯角は等しいので,

∠ADM＝∠ECM…③

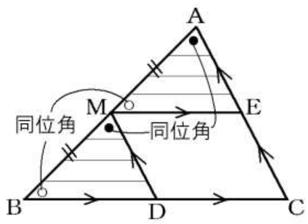
①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△ADM≡△ECM

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

AM＝EM

練習 6



△AME と△MBD で,

仮定より,

AM＝MB …①

ME // BC で，平行線の同位角は等しいので,

∠AME＝∠MBD …②

MD // AC で，平行線の同位角は等しいので,

∠MAE＝∠BMD …③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

△AME≡△MBD

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

ME＝BD

練習 7

△ABE と△BCF で,

仮定より,

　BE＝CF ・・・①

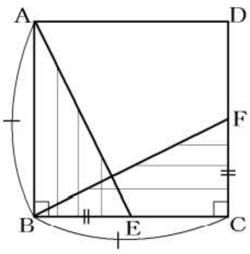
四角形 ABCD は正方形なので,

　AB＝BC ・・・②

　∠ABE＝∠BCF＝90° ・・・③

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

　△ABE≡△BCF



練習 8

∠A の二等分線をひき, BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD で,

AD は∠A の二等分線だから,

　∠BAD＝∠CAD ・・・①

仮定より,

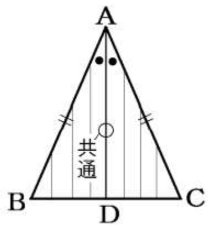
　AB＝AC ・・・②

AD は共通 ・・・③

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

　△ABD≡△ACD

合同な図形では, 対応する角は等しいので, ∠B＝∠C



練習 9

[解答](1) △ABD と△ACE

(2)

△ABD と△ACE で,

仮定より,

　AB＝AC ・・・①

　AD＝AE ・・・②

∠BAD＝∠BAC＋∠CAD

∠CAE＝∠DAE＋∠CAD

仮定より, ∠BAC＝∠DAE なので,

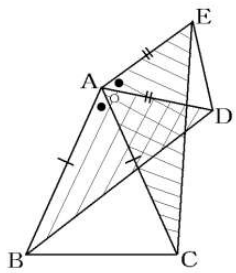
　∠BAD＝∠CAE ・・・③

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

　△ABD≡△ACE

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

　BD＝CE



練習 10

[解答]

仮定より，BD // EC で，

平行線の同位角は等しいので，

∠ABD＝∠BEC ･･･①

平行線の錯角は等しいので，

∠DBC＝∠BCE ･･･②

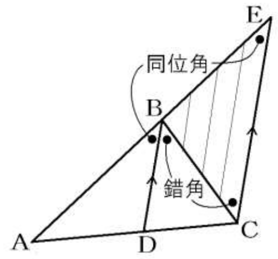
BD は∠B の二等分線なので，

∠ABD＝∠DBC ･･･③

①，②，③より，

∠BEC＝∠BCE

したがって，△BCE は 2 つの角が等しいので，二等辺三角形になる。



練習 11

[解答]

仮定より，EB は∠B の二等分線なので，

∠ABE＝∠DBF＝a とおくことができる。

△BEA で，

∠AEB＝180° −90° −a＝90° −a

よって，∠AEF＝90° −a ･･･①

△BFD で，

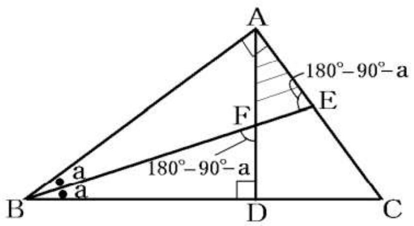
∠BFD＝180° −90° −a＝90° −a

対頂角は等しいので，

∠AFE＝∠BFD＝90° −a ･･･②

①，②より，∠AEF＝∠AFE

△AEF は 2 角が等しいので二等辺三角形である。



練習 12

[解答]

∠ABC＝a とする。･･･①

△ABC は二等辺三角形なので，∠ACB＝a･･･②

△ABC≡△DEF なので，

合同な図形では，対応する角の大きさは等しいので，

∠DEC＝∠ABC＝a･･･③

また，合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，

CB＝CE となり，△CBE は二等辺三角形になる。

よって，∠CEB＝∠CBE＝a･･･④

△ABC で，∠BAC＝180° −∠ABC−∠ACB

①より∠ABC＝a，②より∠ACB＝a なので，

∠BAC＝180° −a−a＝180° −2a

∠EAQ＝180° −2a･･･⑤

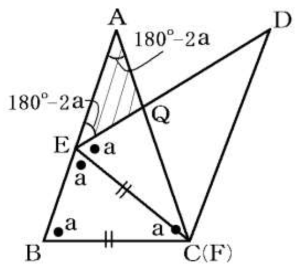
A，E，B は一直線上にあるので，

∠AEQ＝180° −∠DEC−∠CEB

③より∠DEC＝a，④より∠CEB＝a なので，

∠AEQ＝180° −a−a＝180° −2a･･･⑥

⑤，⑥より，∠EAQ＝∠AEQ なので，△QAE は二等辺三角形になる。よって，QA＝QE



練習 13

[解答]

△ABD と△ACE で,

仮定より,

　AB＝AC ・・・①

　∠BAD＝∠CAE ・・・②

二等辺三角形の 2 つの底角は等しいので,

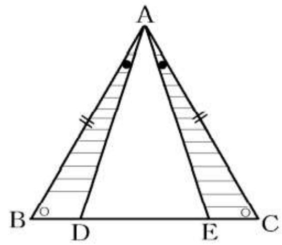
　∠ABD＝∠ACE ・・・②

①, ②, ③から, 1 組の辺とその両端の角が, それぞれ等しいので,

　△ABD≡△ACE

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

　AD＝AE



練習 14

[解答]

△PAM と△PBM で,

仮定より,

　AM＝BM ・・・①

　AB⊥PM なので,

　∠AMP＝∠BMP＝90° ・・・②

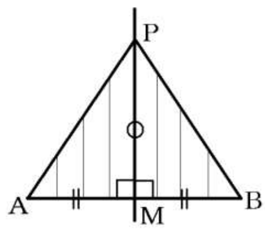
PM は共通 ・・・③

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

　△PAM≡△PBM

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので, AP＝BP

よって, △PAB は二等辺三角形になる。



練習 15

△BPQ と△CRP で,

仮定より,

　BQ＝CP ・・・①

　BP＝CR ・・・②

△ABC は二等辺三角形なので,

　∠PBQ＝∠RCP ・・・③

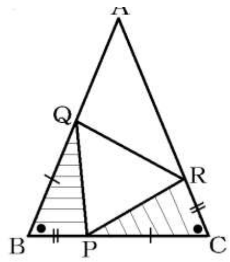
①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

　△BPQ≡△CRP

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

　PQ＝PR

よって△PQR は二等辺三角形である。



練習 16

[解答]

△BCD と△CBE で，

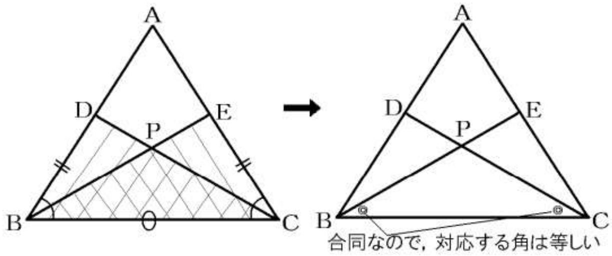
仮定より，

BD＝CE ・・・①

二等辺三角形の底角は等しいので，

∠DBC＝∠ECB ・・・②

BC は共通 ・・・③



①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△BCD≡△CBE

合同な図形では，対応する角の大きさは等しいので，

∠DCB＝∠EBC

よって，∠PCB＝∠PBC

2 つの角が等しいので，△PBC は二等辺三角形である。

練習 17

△ABE と△CAD で，

仮定より，

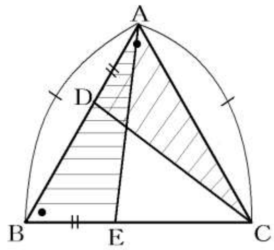
BE＝AD ・・・①

正三角形の 3 つの辺はすべて等しいので，

AB＝CA ・・・②

正三角形の 3 つの角はすべて等しいので，

∠ABE＝∠CAD ・・・②



①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，

△ABE≡△CAD

合同な図形では，対応する角の大きさは等しいので，

∠BAE＝∠ACD

練習 18

[解答]

△ABE と△CBD で，

△ABC は正三角形なので，

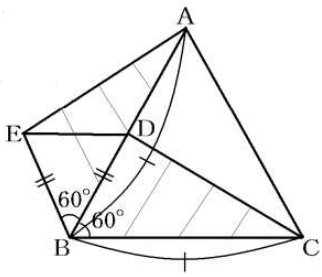
AB＝CB・・・①

△BDE は正三角形なので，

BE＝BD・・・②

△ABC と△BDE はともに正三角形なので，

∠ABE＝∠CBD＝60° ・・・③



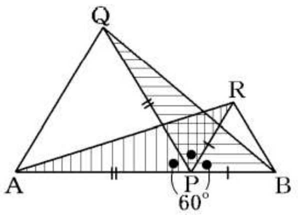
①，②，③より 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△CBD

合同な図形の対応する辺は等しいので，

AE＝CD

練習 19



△APR と△QPB で,

正三角形の 3 つの辺はすべて等しいので,

AP＝QP …①

PR＝PB …②

正三角形の内角はすべて 60° なので,

∠APQ＝∠BPR＝60°

∠QPR＝180° −60° −60° ＝60°

∠APR＝120° , ∠QPB＝120°

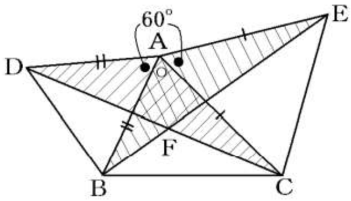
よって, ∠APR＝∠QPB …③

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので, △APR≡△QPB

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので, AR＝BQ

練習 20

[解答]



△ABE と△ADC で,

正三角形の 3 つの辺はすべて等しいので,

AB＝AD …①

AE＝AC …②

正三角形の内角はすべて 60° なので,

∠BAE＝∠BAC＋∠CAE＝∠BAC＋60°

∠DAC＝∠BAC＋∠DAB＝∠BAC＋60°

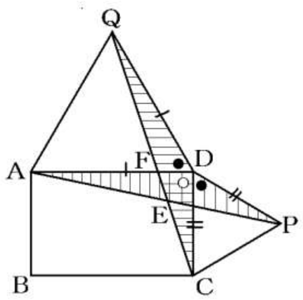
よって, ∠BAE＝∠DAC …③

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

△ABE≡△ADC

練習 21

[解答]



△PDA と△CDQ で,

正三角形の辺はすべて等しいので,

PD＝CD …①

DA＝DQ …②

正三角形の内角はすべて 60° なので,

∠PDA＝∠CDA＋∠PDC＝∠CDA＋60°

∠CDQ＝∠CDA＋∠ADQ＝∠CDA＋60°

よって, ∠PDA＝∠CDQ …③

①, ②, ③から, 2 組の辺とその間の角が, それぞれ等しいので,

△PDA≡△CDQ

練習 22

△ACP と△BDP で,

正三角形の辺はすべて等しいので,

AP＝BP ･･･①

CP＝DP ･･･②

正三角形の内角はすべて 60° なので,

∠APC＝∠APD＋∠CPD＝∠APD＋60°

∠BPD＝∠APD＋∠BPA＝∠APD＋60°

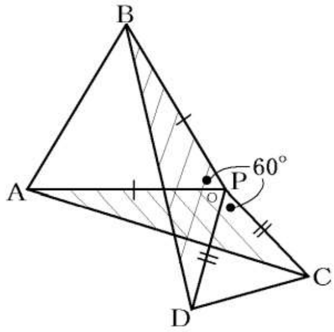
よって，∠APC＝∠BPD ･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

△ACP≡△BDP

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

AC＝BD



練習 23

[解答]

△AFB と△ECB で,

正方形の辺はすべて等しいので,

AB＝EB ･･･①

FB＝CB ･･･②

正方形の内角はすべて 90° なので,

∠ABF＝∠ABC＋∠CBF＝∠ABC＋90°

∠EBC＝∠ABC＋∠EBA＝∠ABC＋90°

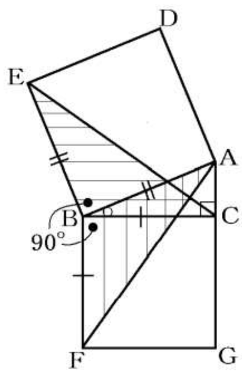
よって，∠ABF＝∠EBC ･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

△AFB≡△ECB

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

AF＝EC



練習 24

[解答]

△ABE と△DCE で,

四角形 ABCD は正方形なので,

AB＝DC ･･･①

△EBC は正三角形なので,

BE＝CE ･･･②

また,

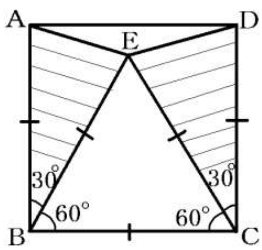
∠ABE＝90° −60° ＝30° ,

∠DCE＝90° −60° ＝30° なので,

∠ABE＝∠DCE ･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

△ABE≡△DCE



練習 25

[解答]

△ABH と△ACH で,

仮定より,

∠AHB＝∠AHC＝90° ・・・①

AB＝AC ・・・②

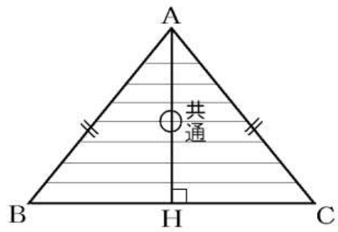
AH は共通 ・・・③

①，②，③から，直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しいので,

△ABH≡△ACH

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

BH＝CH



練習 26

[解答]

△BDM と△CEM で,

仮定より,

BM＝CM ・・・①

∠BDM＝∠CEM＝90° ・・・②

△ABC は二等辺三角形なので,

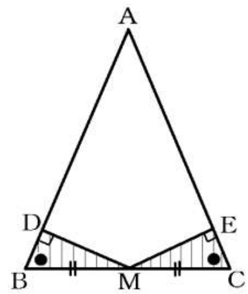
∠DBM＝∠ECM ・・・③

①，②，③から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので,

△BDM≡△CEM

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

MD＝ME



練習 27

[解答]

△BMD と△CME で,

仮定より,

BM＝CM ・・・①

MD＝ME ・・・②

∠BDM＝∠CEM＝90° ・・・③

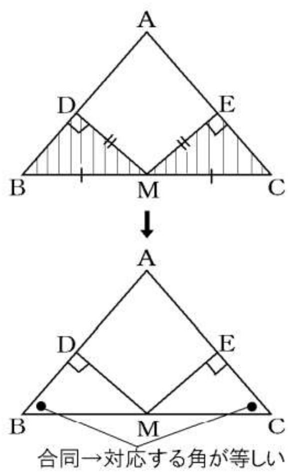
①，②，③から，直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しいので,

△BMD≡△CME

合同な図形では，対応する角の大きさは等しいので,

∠B＝∠C

△ABC は 2 角が等しいので，二等辺三角形になる。



練習 28

[解答]

△OPA と△OPB で,

仮定より,

∠PAO＝∠PBO＝90° ･･･①

∠AOP＝∠BOP ･･･②

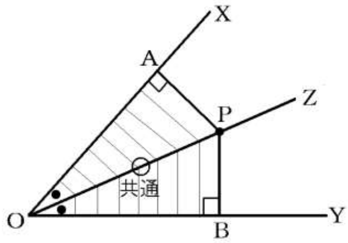
OP は共通 ･･･③

①, ②, ③から, 直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が, それぞれ等しいので,

△OPA≡△OPB

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

PA＝PB



練習 29

[解答]

△OPA と△OPB で,

仮定より,

∠OAP＝∠OBP＝90° ･･･①

PA＝PB ･･･②

OP は共通 ･･･③

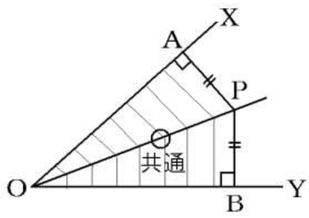
①, ②, ③から, 直角三角形の斜辺と他の 1 辺が, それぞれ等しいので,

△OPA≡△OPB

合同な図形では, 対応する角の大きさは等しいので,

∠AOP＝∠BOP

よって, OP は∠XOY を 2 等分する。



練習 30

[解答]

△BDC と△BDE で,

仮定より,

∠BCD＝∠BED＝90° ･･･①

∠CBD＝∠EBD ･･･②

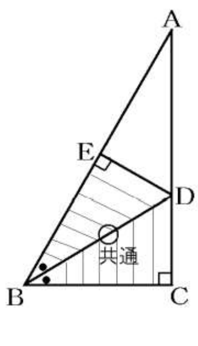
BD は共通 ･･･③

①, ②, ③から, 直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が, それぞれ等しいので,

△BDC≡△BDE

合同な図形では, 対応する辺の長さは等しいので,

DC＝DE



練習 31

[解答]

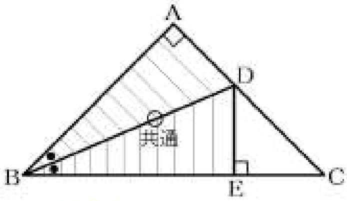
(1) △BDA と△BDE で,

仮定より,

∠BAD＝∠BED＝90° ・・・①

∠ABD＝∠EBD ・・・②

BD は共通 ・・・③



①，②，③から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

△BDA≡△BDE

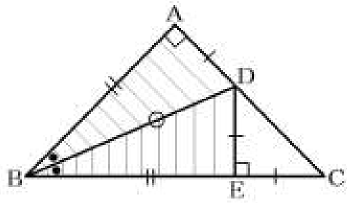
(2)△ABC は直角二等辺三角形なので,

∠C＝(180° −90°)÷2＝45°

よって，∠EDC＝180° −90° −45° ＝45°

したがって，△ECD は直角二等辺三角形で,

ED＝EC ・・・④



ところで，(1)より，△BDA≡△BDE で,

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

EB＝AB ・・・⑤

ED＝AD ・・・⑥

④，⑤，⑥より,

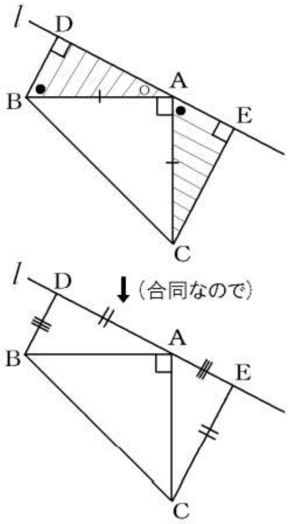
BC＝EB＋EC＝AB＋ED＝AB＋AD

よって,

BC＝AB＋AD

練習 32

[解答]



△ABD と△CAE で，

仮定より，

∠ADB＝∠CEA＝90° ･･･①

AB＝CA ･･･②

△ABD で，三角形の内角の和は 180° だから，

∠DBA＋∠DAB＋90° ＝180°

∠DBA＝90° －∠DAB･･･③

D，A，E は一直線上にあるので，

∠EAC＋90° ＋∠DAB＝180°

∠EAC＝90° －∠DAB ･･･④

③，④より，∠DBA＝∠EAC ･･･⑤

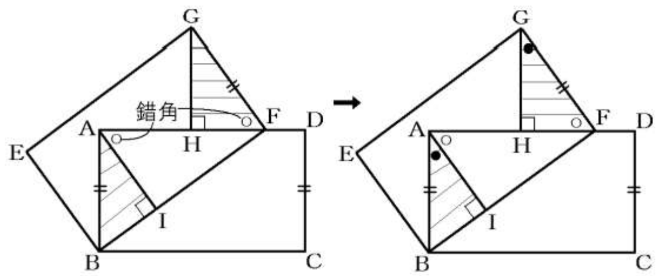
①，②，⑤から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，△ABD≡△CAE

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，AD＝CE，BD＝AE となり，

AE＋AD＝BD＋CE

よって，DE＝BD＋CE

練習 33



△ABI と△GFH で，

仮定より，

∠AIB＝∠GHF＝90° ･･･①

四角形 ABCD は長方形なので，

AB＝DC ･･･②

長方形 ABCD と長方形 EBFG は合同なので，

DC＝GF ･･･③

②，③より，AB＝GF ･･･④

∠BAI＋∠IAF＝90° なので，

∠BAI＝90° －∠IAF ･･･⑤

△GFH で，三角形の内角の和は 180° なので，

∠FGH＋∠GFH＋90° ＝180°

∠FGH＝90° －∠GFH ･･･⑥

ところで，∠AIB＝∠GFB＝90° で，同位角が等しいので，AI // GF

AI // GF で，平行線の錯角は等しいので，

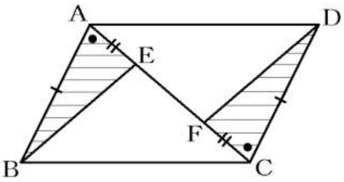
∠IAF＝∠GFH ･･･⑦

⑤，⑥，⑦より，∠BAI＝∠FGH ･･･⑧

①，④，⑧から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，

△ABI≡△GFH

練習 34



△ABE と△CDF で,

仮定より,

　AE＝CF ･･･①

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいので,

　AB＝CD ･･･②

AB // CD で，平行線の錯角は等しいので,

　∠BAE＝∠DCF･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので,

　△ABE≡△CDF

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　BE＝DF

練習 35

[解答]

△ABE と△CDF で,

仮定より,

　BE＝DF ･･･①

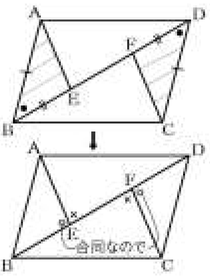
平行四辺形の向かいあう辺は等しいので,

　AB＝CD ･･･②

AB // CD で，平行線の錯角は等しいので,

　∠ABE＝∠CDF ･･･③

①，②，③から，2 組の辺とその間の角が，それぞれ等しいので，△ABE≡△CDF



15

合同な図形では，対応する角の大きさは等しいので,

　∠AEB＝∠CFD ･･･④

∠AEF＝180° －∠AEB ･･･⑤

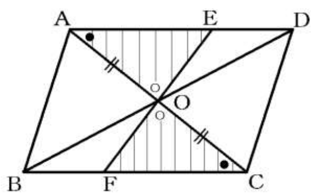
∠CFE＝180° －∠CFD ･･･⑥

④，⑤，⑥より，∠AEF＝∠CFE

錯角が等しいので，AE // FC

練習 36

[解答]



△AEO と△CFO で,

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので,

　AO＝CO･･･①

AD // BC で，平行線の錯角は等しいので,

　∠EAO＝∠FCO･･･②

対頂角は等しいので,

　∠AOE＝∠COF･･･③

①，②，③から，1 組の辺とその両端の角が，それぞれ等しいので,

　△AEO≡△CFO

合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので,

　AE＝CF